

کالیبراسیون مدل‌های پس‌انداز احتیاطی برای اقتصاد ایران

سید عقیل حسینی*

استادیار اقتصاد دانشگاه یاسوج، aqil.hoseiny@yu.ac.ir

محمد واعظ برزانی

دانشیار اقتصاد دانشگاه اصفهان، vaez@polt.ui.ac.ir

رسول بخشی دستجردی

دانشیار اقتصاد دانشگاه اصفهان، r.bakhshi@ase.ui.ac.ir

افشین پرورده

دانشیار آمار دانشگاه اصفهان، a.parvardeh@sci.ui.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۷/۰۲/۰۵ تاریخ پذیرش: ۹۷/۰۶/۰۵

چکیده

یکی از مسائل مهم اقتصاد پولی، تعیین نرخ بهره‌ای است که «وجود» و «بهینگی» تعادل پولی را تضمین نماید. مدل‌های نئوکلاسیکی در اقتصاد متعارف از قبیل مدل ارو-دبرو و مدل فریدمن به دنبال پاسخ این مسأله در شرایط وجود عوامل همگن (عامل نماینده) و بازارهای بیمه کامل بودند. اما در شرایط وجود ریسک مختص به هر شخص (که منجر به ناهمگن شدن عوامل می‌شود) و فقدان بازارهای بیمه کامل (از قبیل بازار وام‌های بابره بدون ریسک، بیمه بیکاری و ...) برای پوشش این ریسک‌ها، نرخ بهره بهینه که «وجود تعادل پولی» را تضمین نماید متفاوت می‌شود. در این شرایط افراد ناچار به «بیمه شخصی» خویش هستند و این کار را از طریق «پس‌انداز احتیاطی» یعنی نگهداری پول و دارایی (اعتبار یا سرمایه) با انگیزه‌های احتیاطی انجام می‌دهند. مدل‌های بیولی یا مدل‌های پس‌انداز احتیاطی به دنبال تعیین نرخ بهره بهینه در این شرایط هستند. ویژگی مشترک همه مدل‌های بیولی، تعیین نرخ بهره تعادلی در سطحی پایین‌تر از نرخ رجحان زمانی است. در این مقاله دو دسته از مدل‌های بیولی یعنی مدل با پول بدون پشتوانه و مدل با اعتبار در چارچوبی بازگشتی مدل‌سازی شده و از طریق بهینه‌یابی پویا با استفاده از برنامه متلب با طراحی الگوریتم‌های تکراری برای ایران کالیبره شده است. نشان داده شده است که نتایج این مدل‌ها برای ایران صادق هستند. در نتیجه توصیه سیاستی این مقاله، تعیین نرخ بهره تعادلی در سطحی پایین‌تر از نرخ رجحان زمانی در ایران است.

واژه‌های کلیدی: بهینگی، تعادل پولی، پس‌انداز احتیاطی، مدل‌های بیولی، نرخ بهره.

طبقه‌بندی JEL: E43, E21, C63.

* نویسنده مسئول مکاتبات

۱- مقدمه

در کشور ما بدلیل محدودیت بازارهای وام ربوی و عدم گستردگی بیمه بیکاری و عدم وجود پوشش بیمه‌ای کامل، اصطلاحاً «بازارهای بیمه ناقص» است و نتیجتاً افراد ناچارند اقدام به نگهداری پول و دارایی با «انگیزه‌ی احتیاطی» برای «بیمه شخصی» خویش نمایند. در این حالت پرسشی که مطرح می‌شود این است که در این شرایط چه نرخ بهره‌ای می‌تواند تضمین‌کننده «وجود» تعادل پولی باشد و همچنین «بهینگی» این تعادل را تضمین نماید.

فریدمن^۳ (۱۹۶۹) مبتنی بر مبانی اقتصاد خرد نئوکلاسیکی، نشان داد برای پول مقداری بهینه وجود دارد که به ازای آن، رفاه جامعه حداکثر خواهد شد. این مقدار بهینه برای پول وقتی اتفاق می‌افتد که نرخ بهره اسمی صفر باشد (و طبق رابطه فیشر نرخ تورم منفی باشد). اندازه دقیق نرخ بهره واقعی (نرخ تورم منفی) نیز برابر نرخ ترجیح زمانی افراد است. یک راه کار سیاستی برای اینکه بتوان نرخ تورم منفی را حاکم کرد، این است که نرخ رشد پول را - از طریق وضع مالیات بر مانده‌های اسمی - منفی نمود. از جمله مطالعاتی که بر روی نظریه فریدمن متمرکز شده است، مطالعات بیولی^۴ (۱۹۸۰ و ۱۹۸۳) است که پژوهش حاضر به آن پرداخته است. بیولی نشان می‌دهد قاعده فریدمن در فضای غیرتصادفی صادق است. اما اگر شرایط واقعی را که درگیر با عدم اطمینان است و همچنین بازارها ناقص هستند به تحلیل بیافزاییم، موضوع پس‌انداز احتیاطی پیش خواهد آمد و در این صورت بهینگی قاعده فریدمن، نقض خواهد شد، مگر اینکه نرخ ترجیح زمانی را صفر در نظر بگیریم. در شرایطی که نرخ ترجیح زمانی صفر باشد، برای برقراری نرخ بهره اسمی صفر، دیگر لازم نیست بر موجودی نقد افراد، مالیات وضع کنیم و بنابراین نرخ رشد بهینه برای نقدینگی صفر خواهد بود.

اما آیا این دستاوردهای نظری با شرایط واقعی اقتصاد ایران تطابق دارد؟ در حال حاضر نرخ رشد سالیانه نقدینگی در ایران به طور متوسط ۲۸ درصد است. داده‌های آماری نشان می‌دهد که از سال ۱۳۵۲ تا شهریور ۱۳۹۶، حجم نقدینگی در ایران ۲۷۰۰۰ برابر شده

^۱Existence^۲Optimality^۳Milton Friedman^۴Truman Bewley

است. در همین فاصله زمانی، تولید ناخالص واقعی داخلی فقط حدود دو برابر شده است (بانک مرکزی ایران^۱؛ بانک اطلاعات سری‌های زمانی اقتصادی، ۱۳۹۶). یک استنباط از مطالعاتی که فریدمن و بیولی انجام داده‌اند برای اقتصاد ایران این است که چنانچه در طول سال‌های گذشته نقدینگی کمتر افزایش می‌یافت و نرخ بهره در سطح بهینه تعیین می‌شد، سطح و نرخ رشد تولید کنونی بالاتر می‌بود و نتیجتاً سطح رفاه کنونی در اقتصاد ایران بالاتر می‌بود.

مقدمتاً برای روشن‌تر شدن فضای مورد بحث ضرورت دارد چند مفهوم اساسی تبیین شود. فضای مورد تحلیل در این مقاله دارای دو ویژگی اساسی است: «عوامل ناهمگن»^۲ و «بازارهای ناقص»^۳. فرض می‌شود که دارایی اولیه عوامل اقتصادی در معرض شوک‌های تصادفی «مختص به شخص» قرار دارد و از این رو فرآیند تحقق درآمد و انباشت ثروت عوامل و نهایتاً رفتار مصرفی عوامل متفاوت خواهد بود. منظور از «ریسک مختص به شخص»^۴ ریسکی است که توزیع کل دارایی را متأثر نمی‌سازد و فقط منجر به جابجایی افراد درون توزیع دارایی می‌شود. بدین ترتیب عوامل اقتصادی از حیث فرآیند درآمدی و مصرفی «ناهمگن» هستند؛ در تقابل با مدل‌های «عامل نماینده»^۵ که همه افراد فرآیند تحقق درآمد و نهایتاً مصرف یکسانی را تجربه می‌کنند و اصطلاحاً «همگن» هستند. از سوی دیگر این مقاله در فضای «فرضیه درآمد دائمی»^۶ فریدمن^۷ قرار دارد (فریدمن، ۱۹۵۷). «مطلوبیت نهایی پول» روی مسیر بهینه بایستی برای عوامل اقتصادی ثابت بماند. این مسئله مستلزم هموار نمودن مسیر مصرف است (بیولی، ۲۰۰۷، ۲۸۲). اما از آنجا که در مدل مورد تحلیل در این مقاله افراد مواجه با نوسانات درآمدی هستند، فلذا برای هموار نگه داشتن مسیر مصرفی خویش ناچارند از «بازارهای بیمه»^۸ استفاده نمایند. در فضای

^۱Central Bank of Iran (2017)

^۲Heterogenous Agents

^۳Incomplete Markets

^۴Idiosyncratic risk

^۵Representative agent

^۶Homogenous Agents

^۷Permanent Income Hypothesis

^۸Milton Friedman

^۹Insurance Markets

بازارهای کامل و اصطلاحاً مدل‌های «ارو-دبرویی» و یا «دبرویی» که دسترسی کامل به «بازارهای بیمه» و از جمله بازارهای «وام‌دهی و وام‌گیری» را برای خانوارها فراهم می‌آورند افراد از طریق «بیمه بیرونی» به صورت کامل خود را در برابر این ریسک‌های درآمدی بیمه می‌نمایند. به عنوان نمونه در فضای «دبرویی» خانوارها مجازند ریسک درآمدی خود را از طریق مبادله «مطالبات مشروط یک-دوره‌ای» در بازار اوراق قرضه به صورت کامل پوشش دهند (دبرو، ۱۹۵۹). اما در مدل‌های «بازارهای ناقص»، بازارهای وام و بیمه از طریق فرض حذف می‌شوند. بدین ترتیب تنها گزینه پیش روی افراد برای مقابله با نوسانات درآمدی، «بیمه شخصی» خویش از طریق نگهداری یک دارایی بدون ریسک از قبیل سرمایه، پول بدون پشتوانه و یا اعتبار (مشمول بر پول درونی، اوراق قرضه دولتی، اسناد بدهکاری (IOU's)، سپرده‌های بانکی و ...) است. به این دارایی‌های انباشته‌شده در این مدل که با «انگیزه‌های احتیاطی» صورت می‌پذیرد، «پس‌انداز احتیاطی» می‌گویند و این مدل‌ها را «مدل‌های بیولی» می‌نامند (سارجنت و لیونگ‌ویست، ۲۰۱۳، ۶۹۹).

اما چه نرخ بهره‌ای می‌تواند در این مدل‌ها «وجود تعادل پولی» را تضمین کند؟ مقصود از «تعادل پولی» در این مقاله، تعادلی است که در آن قیمت‌ها همواره مثبت می‌مانند و «پول بدون پشتوانه» که فاقد ارزش ذاتی است، دارای ارزش مثبت و ثابتی می‌شود (بیولی، ۱۹۸۰، ۱۷۰). منظور از تضمین «وجود تعادل پولی» پی‌ریزی شرایطی است که تضمین نماید ارزش پول بدون پشتوانه مثبت می‌ماند. در این مدل‌ها از طریق ایجاد تقاضای احتیاطی برای پول، ارزش پول مثبت می‌شود. یک روش برای تضمین وجود تعادل پولی، برقراری «قاعده فریدمن» است: یعنی برابر نمودن نرخ بهره واقعی با نرخ رجحان زمانی ($r = \rho$) به قسمی که نرخ بهره اسمی برابر صفر شود. در چنین فضایی نرخ بهره اسمی صفر در صد، بهینه خواهد بود (فریدمن، ۱۹۶۹). اما پرسش این است که آیا در فضای

^۱Arrow-Debreu Models

^۲Lending-Borrowing

^۳One Period Contingent Claims

^۴Self-insurance

^۵Precautionary Savings

^۶Bewley Models

^۷Sargent & Ljungqvist

مدل‌های بیولی قاعده فریدمن «وجود تعادل پولی» را تضمین می‌نماید؟ پاسخ منفی است و نتیجه کلیدی در مدل‌های بیولی همین وجه تفارق آنها با قاعده فریدمن است. اگر نرخ بهره برابر نرخ رجحان زمانی باشد، از آنجا که دیگر هزینه فرصتی برای نگهداری دارایی وجود ندارد فلذا افراد مایل به نگهداری مقدار نامحدودی دارایی با هدف «بیمه شخصی» خواهند بود. از آنجا که عرضه دارایی محدود است این مسئله منجر به وجود مازاد تقاضای دائمی برای دارایی می‌شود و لذا تعادل پولی نمی‌تواند «وجود» داشته باشد. نشان داده می‌شود که در صورت برقراری قاعده فریدمن، دارایی و متعاقباً مصرف به سمت بی‌نهایت میل می‌کند و همچنین قیمت‌ها صفر خواهد شد. انباشت بیش‌ازحد دارایی در صورت اعمال قاعده فریدمن یکی از ویژگی‌های مشترک مدل‌های بیولی است. به همین دلیل در مدل‌های بیولی، برای تضمین «وجود» تعادل پولی نرخ بهره را کاهش می‌دهند ($r = \rho$). نقطه اشتراک مدل‌های مختلف بیولی همین کمتر بودن نرخ بهره نسبت به نرخ رجحان زمانی است (سارجنت و لیونگ‌ویست، ۲۰۱۳).

اما برقراری «تعادل مانا» یا «تعادل انتظارات عقلایی» (زیرا انتظارات عقلایی منجر به شکل‌گیری سطحی تعادلی برای متغیرهای انتظاری می‌شود) مستلزم برقراری شرط $r = \rho$ است. از آنجا که تعادل مانا «بهینه پارتویی» است بدین ترتیب تعادل پولی شکل گرفته در مدل‌های بیولی بدلیل عدول از این شرط، «بهینه پارتویی» نخواهند بود. تنها حالتی که بین این دو تعادل می‌توان جمع نمود، حالت «نرخ بهره صفر درصد» است. در فضای مدل‌های بیولی دستیابی به «بیمه شخصی» معادل تحقق «فرضیه درآمد دائمی» است، یعنی هنگامی بیمه شخصی تحقق می‌یابد که مطلوبیت نهایی پول ثابت بماند (بیولی، ۲۰۰۷). اثبات می‌شود که این حالت صرفاً در صورتی قابل دستیابی است که رجحان زمانی وجود نداشته باشد و به عبارت دیگر نرخ رجحان زمانی صفر باشد. در چنین وضعیتی با تعیین «نرخ بهره صفر درصد»، «وجود» و «بهینگی» تعادل پولی و تعادل مانا به صورت همزمان محقق می‌شود. بیولی صراحتاً بیان می‌کند که «تعادل در صورتی وجود خواهد داشت که نرخ بهره به اندازه کافی کوچک باشد. در صورتی که نرخ بهره نزدیک به نرخ رجحان زمانی برخی از مصرف‌کنندگان باشد تعادل محقق نخواهد شد. از اینجا نتیجه

می‌شود که در صورت پرداخت بهره روی پول تضمینی برای تحقق بهینگی پارتویی وجود نخواهد شد» (بیولی، ۱۹۸۳، ۱۴۸۵).

در مدل‌های بیولی در صورتی که نرخ بهره برابر نرخ رجحان زمانی وضع شود توزیع‌های مقطعی ثروت و مصرفی به سمت بی‌نهایت واگرا می‌شوند. از این رو این مدل‌ها با کاهش نرخ بهره ($r < \rho$) شرایط را به نحوی فراهم می‌آورند که منجر به همگرا شدن این توزیع‌های مقطعی می‌شوند. بدین ترتیب با کاهش نرخ بهره، توزیع‌های مقطعی مصرف، ثروت، و درآمد در طول زمان ثابت می‌مانند، و توزیع‌های مانای جانبی مصرف، ثروت، و درآمد برای یک مصرف‌کننده منفرد در طول زمان برابر توزیع‌های مقطعی متناظر در بین افراد می‌شود. به عبارت دیگر مدل‌های بیولی، نرخ بهره را به اندازه کافی کاهش می‌دهند تا دارایی‌ها به سمت یک توزیع همگرا شوند به قسمی که میانگین مقطعی آن توزیع، بازار دارایی غیرریسکی را تسویه نماید. در واقع مدل‌های بیولی نرخ بهره را به اندازه کافی پایین می‌آورند تا نیروی پس‌اندازهای احتیاطی را که هنگامی که $\beta(1+r) = 1$ بود دارایی‌ها را در مسئله پس‌انداز به سمت بی‌نهایت سوق می‌داد خنثی نماید (چمبرلین و ویلسون، ۲۰۰۰، ۳۶۶).

در قسمت بعد به اختصار به مطالعات انجام‌شده مرتبط با این مقاله در حوزه مدل‌های بیولی پرداخته خواهد شد. در قسمت سوم مقاله، مدل در چارچوبی آگزیوماتیک و بازگشتی صورت‌بندی خواهد شد. به دلیل وجود «وابستگی به سوابق» در مدل‌های بیولی، بکارگیری «روش‌های بازگشتی» در آن‌ها کارآمد است. این روش‌ها امکان انعکاس پیامدهای آینده در زمان حال را فراهم می‌آورند. به همین دلیل در این مقاله از روش‌های بازگشتی استفاده می‌شود. در مسائل بازگشتی، تصمیم‌گیرنده بایستی دنباله‌ای از تصمیمات بهینه را در طول زمان اتخاذ نماید (لوکاس، پرسکات و استاکی، ۱۹۸۹). مزیت روش‌های بازگشتی، سهولت بکارگیری روش‌های عددی جهت کالیبره نمودن این مدل-هاست. در این مقاله برای حل مسئله بهینه‌یابی از روش‌های برنامه‌ریزی پویا استفاده

^۱Cross-section distributions

^۲Chamberlin & Wilson

^۳History dependence

^۴Recursive Methods

^۵Lucas, Prescott & Stokey

می‌شود. از آنجا که راه‌حل دقیق و تحلیلی برای مسائل بهینه‌سازی پویا وجود ندارد، به ناچار از روش‌های عددی برای بدست آوردن جواب‌های تقریبی این مسائل بهره گرفته می‌شود (گانگ و سملر^۱، ۲۰۰۴). نرم‌افزارهای ریاضی از قبیل متلب (MATLAB) با طراحی الگوریتم‌های تکراری، به حل این مسائل بسیار کمک می‌نمایند که در این قسمت از آنها بهره گرفته شده است. در قسمت چهارم این مقاله با کدنویسی برنامه در محیط متلب سعی شده است راه‌حلی عددی برای این مسئله در ایران ارائه شود. در قسمت پایانی هم نتیجه‌گیری مباحث ارائه خواهد شد.

۲- مطالعات انجام شده

مدل بیولی (۱۹۸۰، ۱۹۸۳) بدنبال ارائه تحلیل دقیق و آگزیوماتیکی از مقاله «مقدار بهینه پول» فریدمن (۱۹۶۹) بود. بیولی از یک مدل نظری «تعادل عمومی» جهت تبیین مدل فریدمن استفاده نمود. از دیدگاه بیولی، مدل فریدمن یک مدل دقیق تعادل رقابتی است و می‌تواند به عنوان بدیلی برای مدل ارو-دبرو مطرح شود. «مقدار بهینه پول» طبیعتاً به یک مدل تعادلی منجر می‌شود که در آن تعادل پولی یک «دنباله مانا از تعادل‌های موقتی» است. این تعادل «بهینه پارتو» است. چنین تعادلی حتی با وجود فقدان مبادلات آتی و عدم وجود بازاری برای قراردادهای دعاوی مشروط^۲ (یعنی ناقص بودن بازار و عدم وجود بازارهای ارو-دبرویی و ارویی) بازهم بهینه پارتو است. بیولی در مقاله ۱۹۸۰ این ادعا را طرح کرد که تعادل برای تمامی نرخ‌های بهره‌ی کمتر از نرخ رجحان زمانی وجود دارد و این حدس را مطرح نمود که این تعادل‌ها می‌توانند به دلخواه از طریق نزدیک نمودن کافی نرخ بهره به نرخ خالص رجحان زمانی، به اندازه کافی به بهینگی پارتویی نزدیک شوند و این حدس را به نحوی تفسیر نمود که مؤید نظریه فریدمن بود. بیولی سه سال بعد در مقاله (۱۹۸۳) خود اذعان نمود که این حدس اشتباه بوده است و قضیه وجود تعادل وی در مقاله قبلی نادرست بوده است. در صورتی که نرخ بهره به نرخ رجحان زمانی بیش از حد نزدیک گردد، تعادل نمی‌تواند وجود داشته باشد: «در این مقاله من قضیه وجود تعادل خویش را اصلاح می‌کنم و اثبات می‌کنم که تعادل پولی در صورتی می‌تواند وجود داشته باشد که نرخ بهره به اندازه کافی نزدیک به صفر باشد» (بیولی، ۱۹۸۳،

^۱Gang & Semmler

^۲Contingent Claims Contracts

۱۴۸۵). این نظریه وجود تعادل، همچنین مستلزم این بود که نرخ رجحان زمانی هر مصرف‌کننده به اندازه کافی به صفر نزدیک باشد و درآمد غیر بهره‌ای وی مثبت باشد (از پایین نسبت به صفر کراندار باشد).

متعاقب مقالات بیولی، دسته‌ای از مطالعات در حوزه «پس‌انداز احتیاطی» شکل گرفت که وجه تمایز آنها استفاده از *دارایی بدون ریسک* منحصربفرد جهت «بیمه شخصی» خویش یعنی ثبات مصرف خود در برابر شوک‌های مغایر بود. این دارایی منحصربفرد که در مدل بیولی (۱۹۸۰ و ۱۹۸۳) پول بدون پشتوانه بود، در مدل آیاگاری^۱ (۱۹۹۴) «سرمایه فیزیکی» و در مدل هوگت^۲ (۱۹۹۳) اعتبار از قبیل اوراق قرضه یا اسناد بدهکاری (IOUs) بود. در همه این مدل‌ها اثبات می‌شد که بدلیل وجود شوک‌های تصادفی، در صورت اعمال قاعده فریدمن ($r = \rho$) انباشت بیش از حد دارایی اتفاق می‌افتد و در وضعیت حدی، دارایی و مصرف واگرا می‌شود. این مدل‌ها نتیجه می‌گیرند که برای دستیابی به تعادل پولی بایستی نرخ بهره کاهش یافته و کمتر از نرخ رجحان زمانی گردد. چمبرلین و ویلسون (۲۰۰۰، ۳۸۸) نشان دادند که نتایج مدل‌های بیولی قابل تعمیم به حالت وجود چند دارایی ریسکی به طور همزمان است. عجم‌اوغلو و جنسن^۳ (۲۰۱۵) وجود تعادل مانا در مدل بیولی-آیاگاری را با استفاده از قضیه نقطه ثابت کاکوتانی اثبات نمودند. عاجیکاز^۴ (۲۰۱۸) با استفاده از مباحث پیوستگی وجود تعادل مانا را در مدل بیولی-آیاگاری اثبات نمود. کرک‌بای^۵ (۲۰۱۸) نیز الگوریتمی برای محاسبه و حل عددی و شبیه‌سازی یک مدل بیولی-آیاگاری-هگت طراحی نموده است. نتایج مدل وی حاکی از وجود یک تعادل عمومی یکتا^۶ است. برخی از محققین نیز از چارچوب مدل‌های بیولی برای مطالعه پدیدارهای اقتصاد کلان استفاده نموده‌اند. بن‌حبیب^۷ و همکاران (۲۰۱۵) از

^۱Aiyagari

^۲Huggett

^۳Acemoglu & Jensen

^۴Acikgoz

^۵Kirkby

^۶Unique General Equilibrium

^۷Benhabib

این مدل‌ها برای مطالعه توزیع ثروت استفاده نموده‌اند. کاپلان^۱ و همکاران (۲۰۱۸) این مدل‌ها را برای مطالعه مکانیسم‌های انتقالی پولی^۲ بکار گرفته‌اند. متأسفانه به رغم اهمیت تئوریک و عملی مدل‌های بیولی، این مدل‌ها تاکنون برای اقتصاد ایران بکار گرفته نشده‌اند و در همین راستا در این مقاله مدل بیولی و مدل هوگت برای اقتصاد ایران شبیه‌سازی خواهد شد و نشان داده می‌شود که نتایج این مدل‌ها برای اقتصاد ایران صادق است.

۳- مدل

در این مدل پیوستاری از N مصرف‌کننده در ابتدا «همسان»^۳ ولی در نهایت «ناهمگن»^۴ وجود دارند که دارای یک توزیع کل دارایی ثابت هستند (گرچه درون این توزیع وضعیت افراد در حال تغییر است). همچنین این مدل در فضای «بازارهای ناقص» قرار دارد، یعنی از طریق فرض، بازارهای بیمه و وام حذف و یا محدود شده‌اند. از این رو افراد ناچارند برای مقابله با نوسانات درآمدی اقدام به بیمه شخصی خویش نمایند. برای بیمه شخصی خویش در برابر این ریسک‌ها، از پول بدون پشتوانه (بیولی) و اوراق قرضه دولتی دارای نرخ بهره بدون ریسک (هوگت) استفاده می‌شود. منظور از پول بدون پشتوانه، یک پول غیرقابل-تبدیل است که به مقدار اسمی ثابتی توسط دولت به عنوان یک نهاد خارج از مدل عرضه می‌شود. افراد می‌توانند این پول را نگهداری نمایند، اما نمی‌توانند آن را چاپ کنند و یا انتشار دهند.

دنباله مقادیر مصرفی و پول و اوراق قرضه نگهداری‌شده توسط عامل اقتصادی نماینده به صورت $\{c_t, m_t, b_t\}_{t=0}^{\infty}$ نمایش داده می‌شود. تابع مطلوبیت مصرف‌کننده به صورت زیر است:

$$U = E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) \quad (۱)$$

^۱Kaplan

^۲Monetary Transmission Mechanisms

^۳Ex-ante identical

^۴Ex-post different

(۰.۱) $\beta \in (0, 1)$ عامل تنزیل بوده و برابر $\beta = \frac{1}{1+\rho}$ است که ρ نرخ رجحان زمانی می‌باشد. فرض می‌شود که $\beta(1+r) < 1$. فرض می‌شود که u پیوسته، تا دو مرتبه مشتق پذیر، فزاینده و اکیداً مقعر است و $\lim u'(c) = \infty$.

از آنجا که مدل پایه این مقاله، مدل بیولی است در این قسمت ابتدا صورت‌بندی جدیدی از «مدل مبنایی بیولی با وجود پول بدون پشتوانه» و سپس «اعتبار» ارائه می‌شود. در صورت‌بندی مدل بیولی دولت از پرداخت آشکار بهره امتناع می‌ورزد ولی از طریق تغییر موجودی پول در گردش، یک پرداخت بهره‌ای ضمنی از طریق کاهش قیمت‌ها (تورم منفی) می‌پردازد. می‌توان تعادل پولی با نرخ بهره مثبت r را معادل یک تعادل با تورم منفی (قیمت‌های تنازلی)^۱ تعریف نمود که در آن دیگر پرداخت بهره‌ای وجود ندارد. برای این کار می‌توان مالیات‌ها و قیمت‌ها را با نرخ r کاهش داد. پرداخت بهره‌ای ضمنی از طریق وضع $r_m = 0$ و $\tau_t = -g_t T_t$ محقق می‌گردد، که g نرخ رشد عرضه پول است، r_m نرخ بهره روی پول است، T_t برون‌زا بوده و پرداخت انتقالی واقعی و یا مالیات سرانه دولت برای هر یک از افراد است. بنابراین می‌توان چنین گفت که دولت در هر دوره به تناسب مانده‌های واقعی پرداختی در دوره قبل، با نرخ g پرداخت انتقالی جدیدی به هر یک از افراد انجام می‌دهد. بر این اساس، قید بودجه دولت بدین صورت خواهد بود:

$$T_t = T_{t+1}(1 + g_t) \quad (2)$$

قید بودجه خانوار در این حالت در قالب مقادیر اسمی به صورت زیر خواهد بود:

$$p_t c_t + M_t \leq p_t w_t s_t + M_{t-1} + g_t p_t T_t \quad (3)$$

در صورتی که این قید در قالب مقادیر واقعی ارائه شود چنین خواهیم داشت: $c_t + \frac{M_t}{p_t} \leq w_t s_t + \frac{M_{t-1}}{p_t} + g_t T_t$ با در نظر گرفتن $m_t = \frac{M_t}{p_t}$ و $m_{t-1} = \frac{M_{t-1}}{p_{t-1}}$ و همچنین تعریف $r_t = \frac{p_{t-1}}{p_t} - 1$ به عنوان «نرخ بهره ضمنی روی پول» نتیجه خواهد شد: $\frac{M_{t-1}}{p_t} = m(1 + r_t)$ بنابراین قید بودجه دولت بر حسب مقادیر واقعی به صورت زیر خواهد بود:

$$c_t + m_t \leq w_t s_t + (1 + r_t)m_{t-1} + g_t T_t \quad (4)$$

^۱Deflationary equilibrium

در «وضعیت پایا» مانده‌های واقعی ثابت می‌ماند و معکوس نرخ تورم ناخالص برابر $(1+r) = \frac{p_{t-1}}{p_t}$ می‌شود. بنابراین در وضعیت پایا این نتیجه به دست می‌آید: $(1+r)(1+g)^{-1}$. یعنی «نرخ بهره ضمنی روی پول» برابر منفی «نرخ رشد پول» (g) است 1 . $r = -g$. بنابراین نرخ مالیات یکجای ضمنی برابر خواهد بود با: $rT_t = -gT_t = \tau$. نتیجتاً قید بودجه خانوار در وضعیت پایا به این صورت خواهد بود: $c_t + m_t \leq w_t s_t + (1+r)m_{t-1} + gT_t$. در مدل‌های پس‌انداز احتیاطی فرض می‌شود که قرض‌گیری مواجه با قید است. فرض می‌کنیم قید قرض‌گیری برابر مقدار ϕ است. اگر مقدار پرداخت انتقالی یکجا را برابر قید قرض‌گیری قرار دهیم ($T_t = \phi$)، تعادل پایا به گونه‌ای تعیین می‌شود که گویی نرخ بهره صریح روی پول پرداخت می‌شود.

در ادامه بر مبنای این مدل بیولی، مدل جدید پی‌ریزی خواهیم نمود. در این مدل اعتبار در کنار پول بدون پشتوانه وارد مدل می‌شود بنابراین یک مدل عمومی‌تر است که دو مدل دیگر (مدل با وجود پول بدون پشتوانه و مدل با وجود اعتبار) حالتی خاص از آن تلقی می‌شوند. عوامل اقتصادی می‌توانند بخشی از درآمد خویش را به صورت پول (m) یا اوراق قرضه (b) نگهداری نمایند. اوراق قرضه که در این مدل توسط یک نهاد اعتباری مرکزی مانند خزانه‌داری انتشار داده می‌شود «نرخ بهره اسمی» i را پرداخت می‌نمایند. در این حالت قید بودجه خانوار بر حسب مقادیر واقعی به صورت زیر است:

$$c_t + m_t + b_t \leq w_t s_t + (1+r_t)m_{t-1} + (1+r_t)(1+i_{t-1})b_{t-1} - \delta_t b_{t-1} + g_t T_t \quad (5)$$

بر اساس این قید، خانوارهای نامیرا با استفاده از دارایی اولیه تصادفی خویش و یا پس‌اندازهای انباشت شده از قبل اقدام به مصرف می‌نمایند. خانوار دارای یک دارایی اولیه نیروی کار در زمان t است: s_t که بر طبق یک زنجیره مارکف دو-وضعیتی با ماتریس انتقال $\mathcal{P}$ تغییر می‌کند. اگر مقدار تحقق‌یافته این فرآیند در زمان t برابر $\bar{s}_t$ باشد، در این صورت در زمان t خانوار درآمدی برابر $w\bar{s}_t$ بدست خواهد آورد. فرض می‌شود که دستمزد w در طول زمان ثابت است. در فضای ترسیم‌شده در مدل این مقاله، خانوارها با هدف

¹Steady State

² نحوه محاسبه به صورت زیر است که البته عبارت rg به دلیل ناچیز بودن کنار گذاشته می‌شود:

$$(1+r)(1+g) = 1 \Rightarrow 1+r+g+rg = 1 \Rightarrow r \approx -g$$

بیمه شخصی خویش در مقابل ریسک بیکاری اقدام به پس‌انداز احتیاطی می‌کنند. مسئله حداکثرسازی خانوار تعیین یک تابع سیاست $\{m_t\}_{t=0}^{\infty}$ و $\{b_t\}_{t=0}^{\infty}$ به ازای مقادیر معین (w.r.i) مقادیر اولیه (m.b.s.) جهت حداکثر نمودن تابع هدف (۱) نسبت به قید بودجه خانوار (۵) و همچنین قیود قرض‌گیری است که در ادامه صورت‌بندی خواهد شد. جهت حل مسئله حداکثرسازی فوق، تابع مقدار (تابع بلمن) زیر پی‌ریزی می‌شود:

$$V(m, b, s) = \max\{u(c) + \beta EV(m', b', s')|s\} \quad (6)$$

که m', b' مقادیر دارایی نگهداری‌شده در دوره آتی است و s' مقدار شوک تصادفی در دوره آتی است. $V(m, b, s)$ مقدار بهینه تابع هدف به هنگامی است که نقطه شروع، وضعیت دارایی و اشتغال $V(m, b, s)$ باشد.

تعریف تعادل پولی: تخصیص $\{c_t\}_{t=0}^{\infty}$ مقادیر نگهداری‌شده پول $\{m_t\}_{t=0}^{\infty}$ و مقادیر نگهداری‌شده اوراق قرضه $\{b_t\}_{t=0}^{\infty}$ و یک دنباله قیمتی نامنفی $\{p_t\}_{t=0}^{\infty}$ را یک تعادل پولی گویند اگر:

(۱) با معین بودن دنباله قیمتی $\{p_t\}_{t=0}^{\infty}$ و مقادیر اولیه پول و اوراق قرضه

$\{m, b, s\}$ ، تخصیص $\{c_t\}_{t=0}^{\infty}$ مسئله بهینه‌یابی افراد را حل می‌کند؛

(۲) به ازای تمامی t ها، $p_t \geq 0$ ؛

(۳) قید بودجه دولت برآورده شود: $T_t = T_t(1 + g_t)$ ؛

(۴) بازار کالاها تسویه شود؛

(۵) عرضه و تقاضای پول برابر شود: $\sum_{m, b, s} \lambda(m, b, s) c(m, b, s) = \sum_{m, b, s} \lambda(m, b, s) w s$
 $\sum_{m, b, s} \lambda(m, b, s) m(m, b, s) = M$

۳-۱- وجود تعادل پولی

$\{s_n\}_{n=-\infty}^{\infty}$ یک فرآیند تصادفی است که هدایت‌کننده نوسانات برونزا در مدل است. متغیرهای تصادفی s_n مقادیر خود را از یک مجموعه متناهی وضعیت‌های محیط A انتخاب می‌کنند. یک «سابقه» برای فرآیند $\{s_n\}$ از زمان صفر تا t یک دنباله متناهی $s_t, s_{t-1}, \dots, s_0$ است. با داشتن سوابق $s: \{s_t, s_{t-1}, \dots, s_0\}$ ، می‌توان چنین تعریف نمود:

$$S^t(s') \equiv \{s^t = s^t(s_t, s_{t-1}, \dots, s_0)\} \quad (7)$$

s^t ثابت در نظر گرفته می‌شود. از آنجا که تصمیمات مصرف‌کننده در هر وضعیت اطلاعاتی صرفاً بستگی به اطلاعات در دسترس وی در همان وضعیت دارد، «برنامه مصرفی» $\{c_t\}_{t=0}^{\infty}$

دنباله‌ای از توابع اندازه‌پذیر بول است: $c_t: S^t(s') \rightarrow R_+$. «برنامه مصرف-دارایی» $\{c_t, b_t, m_t\}_{t=0}^\infty$ که همچنین با علامت (c, m, b) نشان داده می‌شود، دنباله‌ای از توابع $c_t: S^t(s') \rightarrow R_+$ ، $b_t: S^t(s') \rightarrow R_+$ و $m_t: S^t(s') \rightarrow R_+$ می‌باشد ($t \geq 0$). فرض کنید که خانوار در دوره t تصمیم به نگهداری m_t واحد پول نقد و b_t واحد اوراق قرضه نماید. در این صورت عایدی ناخالص این دارایی‌ها در دوره بعد برابر $(1 + r_t)m_t$ و $(1 + i_t)b_t$ می‌باشد.

در اینجا جهت دستیابی به یک تعادل پولی ضرورت دارد فضای وضعیت پیوسته در نظر گرفته شود (گرچه در قسمت بعد برای استفاده از حل‌های عددی فضای وضعیت برای متغیرهای وضعیت، گسسته در نظر گرفته خواهد شد). قید بودجه جدید چنین صورت-بندی می‌شود: $(m, b) \in \Phi_t(s^t)$. فرض می‌شود که $\Phi_t(s^t)$ نگاشتی «پیوسته» از $S^t(s')$ به R^2 باشد. همچنین $\Phi_t(s^t)$ زیرمجموعه‌ای ناتهی، بسته، و محدب از R می‌باشد. برای اعمال آگزیوم محدودیت وام‌دهی و وام‌گیری بایستی $\Phi_t(s^t)$ از پایین کران‌دار باشد: $\Phi_t(s^t) \subset \{(m, b) \in \mathbb{R}^2: m \geq \phi_m, b \geq \phi_b\}$.

Φ_t چنین تعریف می‌شود: $\Phi_t(s^t) \equiv \inf\{m + b: m, b \in \Phi_t(s^t)\}$. فی‌الواقع ϕ_t نشان-دهنده حداقل مقدار دارایی ممکن (بر حسب مصرف دوره t) است که خانوار می‌تواند در پایان دوره t نگهداری نماید. فرض می‌شود که به ازای تمامی $m, b \in \Phi_t(s^t)$ و تمامی s^t ها: $ws^t + (1 + r_t)m_t + (1 + r_t)(1 + i_t)b_t - \delta b_t + g_t T_t \geq \phi_t$ و $s^t \in S^t(s')$ $ws^t + (1 + r_t)m_t + (1 + r_t)(1 + i_t)b_t - \delta b_t + g_t T_t \geq \phi_t(s^t)$ در نظر بگیرد:

$$\bar{\Phi}_t(m, b, s^t) \equiv \quad (A)$$

$\left\{ (c, m, b) \in \mathbb{R}_+ \times \bar{\Phi}_t(s^t): \right.$
 $\left. 0 \leq c \leq -\phi_m + ws^t + (1 + r_t)m_t + (1 + r_t)(1 + i_t)b_t - \delta b_t + g_t T_t \right\}$
 $\bar{\Phi}_t(m, b, s^t)$ علامت مجموعه مصرف-دارایی دسترس‌پذیر برای خانوار است. در این فضا اثبات می‌شود که وقتی تعادل پولی «وجود» دارد که نرخ بهره کمتر از نرخ رجحان زمانی باشد:

قضیه (۱): «وجود تعادل پولی»

در نظر بگیرید نرخ بهره کوچکتر از نرخ رجحان زمانی باشد ($\beta(1+r) < 1$). در این صورت یک تخصیص یکتای $\{c_t\}_{t=0}^{\infty}$ و توابع سیاست بهینه یکتای $\{m_t\}_{t=0}^{\infty}$ و $\{b_t\}_{t=0}^{\infty}$ وجود دارد که حداکثرسازنده $U = E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)$ نسبت به قید $(c_t, b_t, m_t) \in \bar{\Phi}_t(b_t, m_t, s^t)$ است.

قضیه (۲): فرض کنید آگزیوم‌های فوق صادق باشد. آنگاه در صورتی که $t \rightarrow \infty$ با احتمال یک وجود خواهد داشت: $\lim_{t \rightarrow \infty} c_t^* = \bar{c}$.

قضیه (۳): فرض کنید $\beta(1+r) > 1$ و یا $\beta[(1+r)(1+i) - \delta] > 1$. آنگاه با احتمال یک: $\lim_{t \rightarrow \infty} c_t^* = \infty$.

دلالت قضایای فوق این است که رفتار حدی مصرف بستگی به رابطه نرخ بهره با نرخ رجحان زمانی دارد. اگر نرخ بهره بزرگتر از نرخ رجحان زمانی باشد ($r > \rho$) یا $\beta(1+r) > 1$ و همچنین درآمد به میزان لازم با ناطمینانی مواجه باشد آنگاه به دلیل شکل‌گیری انگیزه‌های احتیاطی برای پس‌انداز دارایی، دارایی به صورت بی‌کرانی رشد خواهد نمود و مصرف نیز متعاقب آن بدون هیچ کرانی افزایش خواهد یافت و به سمت بی‌نهایت میل خواهد نمود. اگر نرخ بهره برابر نرخ رجحان زمانی باشد ($r = \rho$) یا $\beta(1+r) = 1$ ، مصرف در صورتی که درآمد به اندازه کافی تصادفی باشد به سمت بی‌نهایت میل خواهد نمود. بنابراین برای دستیابی به یک تعادل آماری لازم است که نرخ بهره کمتر از نرخ رجحان زمانی باشد (بیولی، ۱۹۸۳). جدول (۱) خلاصه این نتایج است.

^۱ برای ملاحظه اثبات تفصیلی این قضایا، رک: (حسینی، ۱۳۹۲).

جدول (۱): اثرات نرخ بهره بر دارایی و مصرف در مدل با وجود همزمان پول بدون پشتوانه و اعتبار

مصرف	دارایی	نرخ بهره	
$c_t \rightarrow \bar{c}_{as}$	$a_t \rightarrow \bar{a}_{as}$	$r < \rho$	نرخ بهره ضمنی روی پول بدون پشتوانه
$c_t \rightarrow \infty_{as}$	$a_t \rightarrow \infty_{as}$	$r > \rho$	
$c_t \rightarrow \bar{c}_{as}$	$a_t \rightarrow \bar{a}_{as}$	$[(1+r)(1+i) - \delta] < \rho$	نرخ بهره واقعی روی اوراق قرضه
$c_t \rightarrow \bar{c}_{as}$	$a_t \rightarrow \infty_{as}$	$[(1+r)(1+i) - \delta] > \rho$	

توضیحات: چنان‌که ملاحظه می‌شود، برای دستیابی به سطوح تعادلی همگرای مصرف و دارایی ضرورت دارد که نرخ بهره روی پول و اعتبار کمتر از نرخ رجحان زمانی باشد.

منبع: یافته‌های تحقیق

۴- کالیبره‌سازی و محاسبه تعادل

برای فضای وضعیت گسسته می‌توان معادله بلمن را از طریق اعمال ماتریسی حل عددی نمود. سپس با استفاده از برنامه‌های نرم‌افزاری از قبیل MATLAB و GAUSS با تکرار معادله بلمن جوابی برای این راه‌حل‌های عددی فراهم نمود. ضرورت دارد که برای امکان پذیر شدن حل عددی، تابع مطلوبیت تصریح شود. برای تصریح تابع مطلوبیت مصرف‌کننده، فرض می‌شود همان‌گونه که در مطالعات پس‌انداز احتیاطی متداول است تابع مطلوبیت دارای فرم ریسک‌گریزی نسبی ثابت (CRRA) است. علت انتخاب چنین فرمی از ترجیحات این است که ویژگی‌های مطلوب برای شکل‌گیری انگیزه‌های احتیاطی را دربردارد. به بیان دقیق‌تر، در چنین تابعی مشتق دوم منفی بوده (سازگار با تقعر تابع مطلوبیت) و مشتق سوم مثبت است (سازگار با تحدب مطلوبیت نهایی):

$$u(c_t) = \frac{c_t^{1-\gamma-1}}{1-\gamma}, \gamma > 0 \quad (9)$$

نسبت به قید:

$$c_t + m_t + b_t \leq w s^t + (1+r_t)m_t + (1+r_t)(1+i_{t-1})b_{t-1} - \delta b_{t-1} + g_t T_t$$

یک روش برای حل مسئله فوق، تابع مقداری است که در معادله (۲) صدق نماید و توابع سیاست $g(m, b, s) = (m', b')$ است که نگاشتی از (m, b, s) این دوره به یک انتخاب بهینه دارایی برای انتقال به دوره بعد است.

چنانکه قبلاً گفته شد، در قید بودجه فوق، s^t ، بر طبق یک زنجیره مارکف دو-وضعیتی با ماتریس انتقال P تغییر می‌کند. در اینجا برای امکان پذیر شدن حل عددی، فضای وضعیت گسسته در نظر گرفته می‌شود. به این روش حل عددی، «گسسته‌سازی» فضای وضعیت می‌گویند. مقادیر نگهداری شده از هر دارایی، پول بدون پشتوانه (m) و اوراق قرضه (b)، گسسته بوده و عضوی از یک رشته^۱ می‌باشند: $m_t \in \mathcal{M}$ که $m_1 < m_2 < \dots < m_n$ و به همین ترتیب: $b_t \in \mathcal{B}$ که $b_1 < b_2 < \dots < b_n$. این نقاط نشان‌دهنده میزانی است که می‌توان دارایی انتشار داد. نحوه انتخاب نقطه پایانی در این رشته‌ها دارای اهمیت است و نشان‌دهنده حد بالا و پایین قرض‌گیری است. به عنوان مثال اگر $m_1 = 0$ ، امکان استقراض پول برای فرد وجود ندارد. کران بالایی این رشته‌ها نیز محدودکننده است. مسئله حداکثرسازی خانوار تعیین یک تابع سیاست $\{m_t\}_{t=0}^{\infty}$ و $\{b_t\}_{t=0}^{\infty}$ ، به ازای مقادیر معین (w, r, i) و مقادیر اولیه (m, b, s) جهت حداکثر نمودن تابع هدف (۱) نسبت به قید بودجه خانوار (۵) و همچنین قیود زیر است:

$$c_t \geq 0 \quad (10)$$

$$b_t \in \mathcal{B} \quad (11)$$

$$m_t \in \mathcal{M} \quad (12)$$

جهت حل مسئله حداکثرسازی فوق، تابع مقدار (تابع بلمن) زیر پی‌ریزی می‌شود:

$$V(m, b, s) = \max_{m' \in \mathcal{M}, b' \in \mathcal{B}} \{u[ws + (1+r)m + (1+r)(1+i)b + \delta b + gT - m' - b'] + \beta EV(m', b', s')|s\} \quad (13)$$

که m', b' مقادیر دارایی نگهداری شده در دوره آتی است و s' مقدار شوک تصادفی در دوره آتی است. $V(m, b, s)$ مقدار بهینه تابع هدف به هنگامی است که از وضعیت دارایی‌ها و اشتغال (m, b, s) شروع کرده باشیم. جهت تصریح عملگر انتظار شرطی E لازم است ماتریس انتقال وارد تابع بلمن شود. به ازای هر یک از وضعیت‌های تحقق‌یافته $i \in [1, 2, \dots, m]$ و هر یک از اعضای رشته دارایی $k, h \in [1, 2, \dots, n]$ چنین به دست می‌آید:

$$V(m_h, b_k, \bar{s}_i) = \max_{m' \in \mathcal{M}, b' \in \mathcal{B}} \{u[w\bar{s}_i + (1+r)m_h + (1+r)(1+i)b_k + \delta b_k + gT - m' - b'] + \beta \sum_{j=1}^m \mathcal{P}_{ij} V(m', b', \bar{s}_j)\} \quad (14)$$

^۱Discretization

^۲Grid

در نظر بگیرید که n وضعیت $[m_1, m_2, \dots, m_n]$ برای مقدار پول بدون پشتوانه نگهداری - شده و n وضعیت $[b_1, b_2, \dots, b_n]$ برای اوراق قرضه نگهداری شده و دو وضعیت $[s_1, s_2]$ برای وضعیت اشتغال وجود دارد. دو بردار $V_{j(n \times n) \times 1}$ که $j = 1, 2$ را تعریف می‌کنیم که سطر $k \times h$ -ام بوسیله $V_j(h, k) = V_j(m_h, b_k, s_j)$ تعریف می‌شود. در نظر بگیرید 1 یک ماتریس $1 \times (n \times n)$ باشد. دو ماتریس $R_{j(n \times n) \times (n \times n)}$ تعریف می‌شود که عضو $[(h1, h2), (k1, k2)]$ آن به صورت زیر معین می‌شود:

$$R_j[(h1, h2), (k1, k2)] = u \left[\begin{array}{c} ws_j + (1+r)m_{h1} + (1+r)(1+i)b_{k1} \\ + \delta b_{k1} + gT - m_{h2} - b_{k2} \end{array} \right]$$

$$h1, h2, k1, k2 = 1, 2, \dots, n$$

اکنون یک عملگر $T([V_1, V_2])$ را تعریف می‌کنیم که نگاشتی است از زوج بردارهای $[V_1, V_2]$ به زوج بردارهای $[tV_1, tV_2]$:

$$tV_1 = \max\{R_1 + \beta P_{11} 1V_1' + \beta P_{12} 1V_2'\}$$

$$tV_2 = \max\{R_2 + \beta P_{21} 1V_1' + \beta P_{22} 1V_2'\}$$

عملگر $\max$ بزرگترین عضو هر سطر را انتخاب می‌نماید. می‌توان دو معادله فوق را به صورت زیر فشرده نمود:

$$\begin{bmatrix} tV_1 \\ tV_2 \end{bmatrix} = \max \left\{ \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix} + \beta (\mathcal{P} \otimes \mathbf{1}) \begin{bmatrix} V_1' \\ V_2' \end{bmatrix} \right\} \quad (15)$$

که $\otimes$ عملگر ضرب کرونگری است. معادله بلمن را می‌توان چنین نوشت:

$$[V_1, V_2] = T([V_1, V_2]) \quad (16)$$

از طریق تکرار معادله فوق تا همگرا شدن آن، معادله فوق را حل عددی نمود:

$$[V_1, V_2]_{m+1} = T([V_1, V_2]_m) \quad (17)$$

۱-۴- پارامترسازی^۱

برای کالیبره نمودن مدل برای اقتصاد ایران ابتدا بایستی پارامترهای مربوط به اقتصاد کشور را بر اساس شواهد اقتصادی خرد و کلان به دست آورد. اغلب مطالعات انجام شده راجع به نرخ رجحان زمانی در ایران، این نرخ را ۰/۰۱ برآورد نموده‌اند (دین محمدی، ۱۳۸۷).^۲ بر این اساس عامل تنزیل برای ایران برابر $\beta = 0/99$ است. عباسی‌نژاد و

^۱Parametrization

^۲Dinmohammadi (2008)

همکاران (۱۳۸۸)^۱ مقدار سالانه نرخ رجحان زمانی را برای اقتصاد ایران بین ۰/۰۸ و ۰/۰۱ برآورد نموده‌اند. بر این اساس مقدار β بین ۰/۹۲ تا ۰/۹۶ برآورد شده است. اما به نظر محقق برآورد شاهرادی و همکاران (۱۳۸۹)^۲ در این زمینه که با استفاده از رهیافت فیلتر کالمن انجام شده است دقیق‌تر بوده و در اینجا مورد استفاده قرار می‌گیرد. ایشان نرخ رجحان زمانی برای اقتصاد ایران را ۰/۰۴ برآورد نموده‌اند و به تبع عامل تنزیل برابر ۰/۹۶۲ خواهد بود. ایشان همچنین مقدار پارامتر نرخ ریسک‌گریزی نسبی را در ایران برابر $\gamma = 0.46$ برآورد نموده‌اند که حاکی از تفاوت معناداری با این نرخ در آمریکا دارد (به عنوان نمونه مراجعه نمایید به کراسل و همکاران^۳ (۲۰۱۱)).

دشوارترین قسمت کالیبره‌سازی، یافتن «ماتریس نامتغیر احتمالات انتقال» است. لازم به تذکر است که این ماتریس مستقیماً از اطلاعات مرکز آمار راجع به اشتغال و بیکاری قابل تحصیل نمی‌باشد. به تبعیت از روش ایمره‌وگلو (۱۹۹۲)، از روش زیر برای کالیبره نمودن فرآیند دارایی اولیه جهت تطابق تقریبی با مقادیر مشاهده‌شده طول دوره بیکاری و تغییرات عواید نیروی کار بهره گرفته می‌شود: هر سال به شش دوره تقسیم می‌شود بنابراین ادوار مدل، دوماهه خواهد بود. نرخ بیکاری کشور در سال ۱۳۹۰ برابر ۱۲/۳٪ (و طبیعتاً نرخ اشتغال ۸۷/۷٪) بوده است (مرکز آمار ایران، نتایج طرح آمارگیری نیروی کار (۱۳۹۱-۱۳۸۴)). با معین بودن متوسط دوره بیکاری، نسبت افرادی که در هر دوره بیکار می‌مانند به سادگی قابل محاسبه است. درنظرگیری ϕ نسبت افراد بیکاری باشد که در دوره‌ی بعد نیز بیکار باقی مانده‌اند. بنابراین $\lambda(u, u) = \phi$ درنظرگیری $n_{i,t+1}$ تعداد کل افرادی باشد که تا دوره $t+1$ به مدت i دوره بیکار بوده‌اند. بنابراین به طور تقریبی می‌توان نوشت: $n_{i,t+1} = \phi n_{i,t}$ از سوی دیگر:

$$D_u = \frac{\sum_i i \cdot n_i}{\sum_i n_i} = \frac{1}{1-\phi} \quad (18)$$

^۱Abbasinejad (2009)

^۲Shahmoradi (2010)

^۳Krusell

^۴ از آنجا که پویایی‌های بیکاری در ادوار مختلف در اینجا برای ما موضوعیت ندارد، فلذا نرخ متوسط ϕ را درنظر می‌گیریم و نه نرخ‌های مربوط به ادوار مختلف آن را. یعنی فرض می‌شود که نسبت افراد بیکاری که در دوره قبل نیز بیکار بوده‌اند سالیانه ثابت مانده است.

$\sum_i n_i$ (حاصل جمع افرادی که یک دوره بیکار بوده‌اند با افرادی که دو دوره بیکار بوده‌اند و ...) در واقع تعداد کل افراد بیکار در دوره t است. $\sum_i i \cdot n_i$ حاصل جمع وزنی کل افراد بیکار است که به افرادی که i دوره بیکار بوده‌اند وزن i داده می‌شود. از آنجا که $D_u = \frac{1}{1-\phi}$ بنابراین نسبت افراد بیکاری که در اقتصاد همچنان بیکار می‌مانند، $\lambda(u, u)$ ، برابر است با: $\lambda(u, u) = 1 - 1/D_u$. فرض کنید که متوسط دوره بیکاری (D_u) در ایران به صورت تقریبی ۱۲ هفته (دو دوره از مدل) باشد. D_u متوسط تعداد دوره‌ای که طول می‌کشد تا یک فرد بیکار شغلی پیدا کند را نشان می‌دهد. از آنجا که این آمار برای ایران محاسبه نشده بود از مطالعات خارجی برای آمریکا استفاده شد (به عنوان نمونه رجوع شود به: ایمره‌وگلو، ۱۹۹۲). در این صورت $0/5 = 1 - 1/D_u = 1 - 1/12 = 0/5$. $\lambda(u, u) = 1 - \lambda(u, u)$ از سوی دیگر، $\lambda(e, e)$ به قسمی تعیین می‌شود که با معین بودن $\lambda(e, u) = 1 - \lambda(u, u)$ کسری از جمعیت که شاغل است برابر نرخ اشتغال (که در اقتصاد ایران برابر $0/877$ N است) شود. $N\lambda(e, e) + N\lambda(e, u) = 1$. بر این اساس $0/9298 = \lambda(e, e)$. از آنجا که حاصل جمع هر سطر ماتریس احتمالات انتقال برابر یک است فلذا $0/702 = \lambda(u, e)$. بنابراین ماتریس احتمالات انتقال برای اقتصاد ایران به صورت زیر است:

$$P = \begin{bmatrix} 0/9298 & 0/702 \\ 0/5 & 0/5 \end{bmatrix}$$

به طور خلاصه پارامترهای مدل برای ایران به صورت زیر تعیین شده‌اند:

جدول (۲): پارامترهای مدل

پارامتر	توضیح	مقدار	منبع
β	عامل تنزیل ذهنی سالانه مصرف‌کننده	۰/۹۶۲	شاهمرادی و همکاران (۱۳۸۹)
β	عامل تنزیل ذهنی دوره‌ای مصرف‌کننده (هر سال به شش دوره تقسیم شده است)	۰/۹۹۳۵	
ρ	نرخ رجحان زمانی (سالانه)	۰/۰۴	شاهمرادی و همکاران (۱۳۸۹)
γ	نرخ ریسک‌گریزی نسبی	۰/۴۶	شاهمرادی و همکاران (۱۳۸۹)
$\lambda(u, u)$	احتمال بیکار ماندن افراد فعلاً بیکار	۰/۵	محاسبه محقق با استفاده از فرمول ایمره‌وگلو (۱۹۹۲)
$\lambda(e, e)$	احتمال شاغل ماندن افراد فعلاً شاغل	۰/۹۲۹۸	محاسبه محقق با استفاده از فرمول ایمره‌وگلو (۱۹۹۲)

اکنون با داشتن پارامترهای فوق، دو مدل بیولی (مدل با وجود اعتبار محض و مدل وجود پول بدون پشتوانه خالص) برای ایران کالیبره‌سازی می‌شود تا در واقع نتایج این مدل‌ها موردآزمون تجربی قرار داده شوند.

۲-۴- کالیبره نمودن مدل اقتصاد اعتباری محض

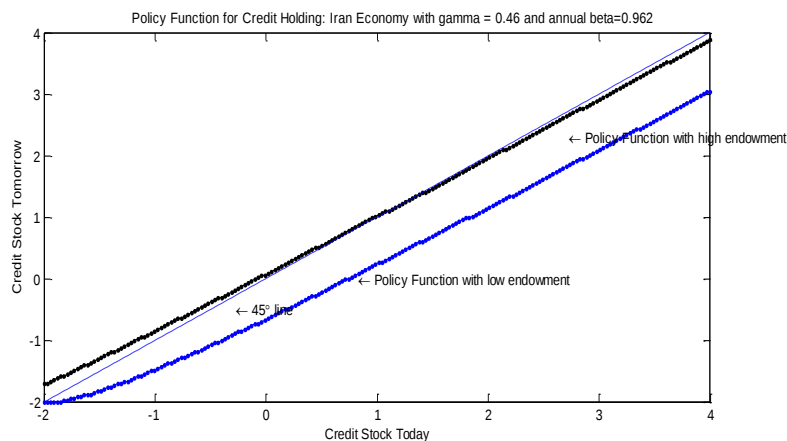
رشته $\mathcal{B}$ از مقادیر نگهداری‌شده اوراق قرضه دارای ۲۰۰ نقطه در نظر گرفته می‌شود و حد بالای رشته را ۴ و حد پایین روی اعتبار ۲- تعیین می‌شود (یعنی فرد مجاز است تا سی درصد درآمد خویش در دوران اشتغال، اعتبارمنتشر نماید). در این مدل هر سال به شش دوره تقسیم می‌شود. در اینجا درآمد فرد در ادوار اشتغال برابر $WS_e = 1$ واحد و در ادوار بیکاری برابر $WS_e = 0/1$ واحد در نظر گرفته می‌شوند.

با حل عددی معادله بلمن از طریق برنامه‌نویسی در محیط متلب، می‌توان توابع سیاست و همچنین توزیع اعتبار نگهداری‌شده را به دست آورد. همچنین از آنجا که در این مدل فرض می‌شود که نرخ بهره یک متغیر تعادلی است، نرخ بهره‌ای که بازار اوراق قرضه را به تعادل می‌رساند محاسبه می‌شود. نمودار (۱) توابع سیاست را در دو حالت اشتغال (دارایی اولیه بالا) و بیکاری (دارایی اولیه پایین) ترسیم نموده است. جایی که اعتبار نگهداری‌شده همگرا می‌شود ($b_{t+1} = b_t$) نشان‌دهنده سطح اعتبار نگهداری‌شده تعادلی است. برای اقتصاد ایران سطح اعتبار نگهداری‌شده تعادلی در این مدل برابر ۱/۱۳۵۶ کالیبره می‌شود. نمودار (۲) توزیع اعتبار نگهداری‌شده در مدل اعتبار محض را برای اقتصاد ایران نشان می‌دهد.

نرخ بهره تعادلی روی اوراق قرضه برای اقتصاد ایران برابر ۱/۴۵٪ به دست می‌آید^۱ که کمتر از نرخ رجحان زمانی ۴٪ است. این نتیجه مهم‌ترین ویژگی مدل‌های پس‌انداز احتیاطی است: برای دستیابی به تعادل پولی ضرورت دارد که نرخ بهره کمتر از نرخ رجحان زمانی باشد: $r < \rho$. در صورتی که نرخ بهره برابر یا بزرگتر از نرخ رجحان زمانی گردد، اعتبار نگهداری‌شده توسط افراد با احتمال یک به سمت بی‌نهایت میل خواهد نمود. اکنون بررسی یک حالت خاص آموزنده است: «عدم وجود رجحان زمانی». با میل دادن

^۱ از آنجا که در این وضعیت هر سال را به شش دوره تقسیم نموده‌ایم فلذا رابطه نرخ بهره با q در مدل اعتبار خالص به صورت زیر است: $1/q^6$.

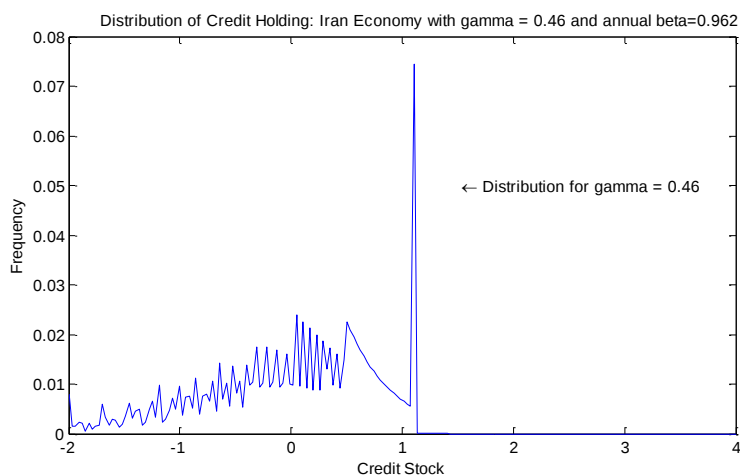
β به سمت یک از پایین ($\beta = 0.9999$ دوره‌ای)، نرخ بهره تعادلی برابر $2/2\%$ می‌شود که چنان‌که ملاحظه می‌شود منفی است.



نمودار (۱): تابع سیاست در دو وضعیت دارایی اولیه پایین و بالا در مدل اعتبار محض

محل تقاطع تابع سیاست با خط ۴۵ درجه نشان‌دهنده موجودی اعتبار تعادلی است.

منبع: خروجی برنامه MATLAB



نمودار (۲): توزیع اعتبار نگهداری شده در مدل اعتبار محض برای اقتصاد ایران

چنانکه در نمودار ملاحظه می‌شود، اغلب افراد مایل به نگهداری سطح معتدلی از مانده‌های اعتباری هستند

منبع: خروجی برنامه MATLAB

۳-۴- کالیبره نمودن مدل پول بدون پشتوانه خالص

رشته M از مقادیر نگهداری شده پول نقد دارای ۳۰۰ نقطه در نظر می‌گیریم و حد بالای رشته را ۱۰ در نظر می‌گیریم. در این مدل نیز درآمد فرد در ادوار اشتغال برابر $ws_e = 1$ واحد و در ادوار بیکاری برابر $ws_e = 0/1$ واحد در نظر گرفته می‌شود. بلحاظ نظری برای ما کالیبره‌سازی «موجودی مانده‌های واقعی نگهداری شده تعادلی» و «مقدار تابع سیاست بهینه» در نرخ‌های تورم $31/5\%$ (نرخ تورم ایران در سال ۱۳۹۱ بر طبق داده‌های آماری بانک مرکزی)، -4% (نرخ تورم برابر منفی نرخ رجحان زمانی در ایران) و نرخ تورم صفر درصد (وضعیت عدم مداخله دولت) و مقایسه و تحلیل این حالات حائز اهمیت است. ضرورت دارد که برای دستیابی به این نرخ‌های تورم، به ترتیب نرخ رشد پول $0/0467$ ، $0/0068$ و 0 اعمال شود.^۱ جدول (۳) حالت‌های مختلف را در کنار یکدیگر نشان داده است. ملاحظه می‌شود که به موازات افزایش نرخ بهره ضمنی ناخالص روی پول R ، موجودی مانده‌های واقعی نگهداری شده تعادلی افزایش می‌یابد. از سوی دیگر مطلوبیت متوسط افراد نیز افزایش می‌یابد.

جدول (۳): نرخ تورم و نرخ رشد عرضه پول در مدل پول بدون پشتوانه خالص

تورم	نرخ تورم	نرخ رشد عرضه پول در هر دوره	نرخ بهره ضمنی ناخالص	موجودی مانده-های واقعی	مطلوبیت متوسط
نرخ تورم ایران در سال ۱۳۹۱	$31/5\%$	$0/0467$	$0/9554$	$0/1546$	$-0/1485$
عدم اعمال سیاست پولی	0%	0	1	$1/5004$	$-0/1229$
نرخ تورم برابر منفی نرخ رجحان زمانی	-4%	$-0/0068$	$1/0068$	$6/2547$	$-0/1156$

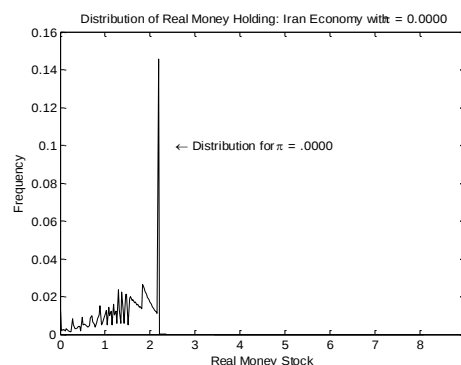
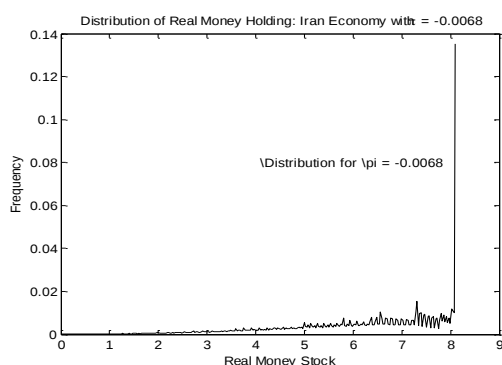
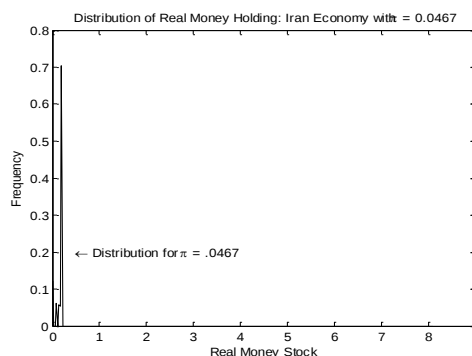
منبع: خروجی برنامه MATLAB

^۱ از آنجا که در این وضعیت هر سال را به شش دوره تقسیم نموده‌ایم فلذا رابطه نرخ تورم با نرخ رشد عرضه پول در مدل پول بدون پشتوانه خالص به صورت زیر است: $1 + \pi = (1 + \tau)^6$

چنان‌که در جدول (۳) و همچنین نمودارهای (۳) مشهود است، هرچه نرخ تورم بالاتر باشد، افراد ناچار به صرفه‌جویی بیشتر در استفاده از مانده‌های نقدی شده و نتیجتاً متوسط مقادیر نگهداری شده پول به مقدار قابل‌توجهی کاهش می‌یابد. بدلیل آنکه در این مدل افراد از پول بدون پشتوانه جهت بیمه شخصی خویش در برابر نوسانات درآمدی استفاده



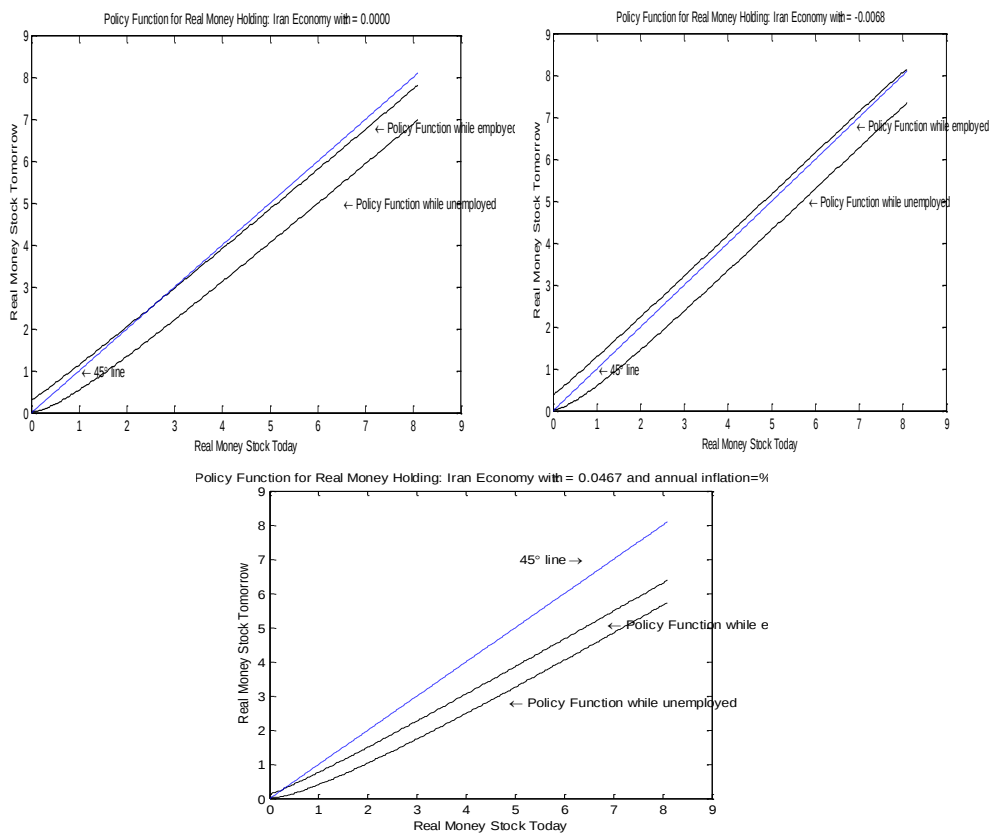
می‌کنند، وجود تورم مثبت همانند هزینه‌ای بر توانایی بیمه شخصی را کاهش می‌دهد. اگر نرخ که خانوارها اقدام به انباشت پول بدون پشتوانه نمودار (۳) ملاحظه می‌شود، هنگامی که نرخ تورم دارای متمرکز شده‌اند یعنی تا جایی که محدود انباشت دارایی می‌نمایند. می‌توان اثبات نمود که زمانی باشد، محدودیت قرض‌گیری با احتمال مثبت می‌تواند «محدودکننده» باشد.^۱



نمودار (۳): توزیع پول بدون پشتوانه نگهداری شده در مدل پول بدون پشتوانه خالص

نرخ رجحان زمانی در این حالت برابر ۴٪ بوده است. محاسبات در سه نرخ تورم ۳۱٫۵٪ (که با $\pi = 0.467$ نشان داده شده است)، ۴٪- (که با $\pi = -0.068$ نشان داده شده است)، و صفر درصد (که با $\pi = 0$ نشان داده شده است) انجام پذیرفته است. چنان‌که ملاحظه می‌شود هنگامی که نرخ تورم منفی است ($\pi = -0.068$) افراد در حد بالای رشته دارایی متمرکز می‌شوند، یعنی تا جایی که محدودیت دارایی به آنها اجازه می‌دهد اقدام به انباشت دارایی می‌نمایند.

منبع: خروجی برنامه MATLAB



نمودار (۴): تابع سیاست در دو وضعیت دارایی اولیه پایین و بالا در مدل پول بدون

پشتوانه خالص

نرخ رجحان زمانی در این حالت برابر ۴٪ است و نرخ تورم به ترتیب برابر ۴٪، صفر درصد، و ۳۱٫۵٪ است. ملاحظه می‌شود که با افزایش نرخ تورم، موجودی مانده‌های واقعی نگهداری شده تعادلی کاهش می‌یابد: این موجودی به ترتیب برابر ۲/۲۸۴۴ و ۱/۴۸۵۲ و ۱/۱۰۱۴ می‌باشد. در نمودار، هر چه نرخ تورم بیشتر شود، تابع سیاست بیشتر به سمت زمان فعلی حرکت می‌کند و برای دوره آتی کاهش می‌یابد

منبع: خروجی برنامه MATLAB

۵- نتیجه‌گیری

وجود ریسک مختص به شخص در شرایط بازارهای ناقص (عدم دسترسی کامل به بازارهای بیمه) انگیزه انجام پس‌انداز احتیاطی با هدف بیمه شخصی از سوی خانوارها است. در شرایطی که یک دارایی منحصر بفرد برای بیمه شخصی وجود داشته باشد این کار از طریق انباشت این دارایی انجام می‌پذیرد. در این حالت ضرورت دارد که با کاهش مکفی نرخ بهره ($r < \rho$) شرایط را به نحوی رقم زد که منجر به همگرا شدن این توزیع‌های مقطعی شوند. البته از آنجا که تعادل مانا مستلزم برابری این دو نرخ است، تنها حالتی که هر دو معیار برآورده شود این است که نرخ رجحان زمانی برابر صفر شود. تا مادامی که نرخ رجحان زمانی مثبت باشد، تضمینی برای تحقق معیارهای بهینگی و پایداری وجود ندارد. چنان که گفته شد، «نرخ مثبت رجحان زمانی» منجر به این می‌شود که پس‌انداز اجتماعی، بسیار کمتر از مقدار بهینه آن باشد و لذا شرایط تخصیص بهینه منابع در طول زمان مطلقاً شکل نگیرد و موجبات بروز عدم بهینگی را فراهم نماید و یکی از مهم‌ترین موارد «شکست بازار» در نظام اقتصاد بازار (یعنی شکست در تحقق کارایی) را رقم می‌زند.

۶- پیشنهادهای سیاستی

در مجموع باید گفت که در کشور ما گرچه دسترسی به بازارهای اوراق قرضه دارای ممنوعیت قانونی است اما در عمل حساب‌های سپرده بلندمدت بانکی و همچنین اوراق مشارکت تضمینی منتشره توسط دولت و یا بانک‌ها، به عنوان بدیلی برای اوراق قرضه (دارایی‌های با نرخ بهره بدون ریسک) ایفای نقش نموده‌اند. از سوی دیگر بدلیل محدودیت این بازارهای وام ربوی و عدم گستردگی بیمه بیکاری و عدم وجود پوشش بیمه‌ای کامل، آگزیوم ناقص بودن بازارها در بسیاری از موارد در کشور ما مصداق دارد که موجب تناسب بیشتر مدل‌های بیولی برای کشور ما می‌شوند. از آنجا که در یک فضای عدم وجود بازارهای

بیمه کامل، نرخ‌های بهره واقعی در سطحی پایین‌تر از نرخ رجحان زمانی بایستی تعیین شوند تا تعادل پولی بتواند شکل بگیرد، نتیجتاً دلالت عملیاتی مدل‌های بیولی این است که ضرورت دارد مقامات پولی کشور، نرخ بهره را به کمتر از نرخ رجحان زمانی کاهش دهند.

در پایان توصیه می‌شود که به دلیل اهمیت سیاستی مدل‌های بیولی، مطالعات آتی با تمرکز بر خطوط زیر جهت تناسب بیشتر با اقتصاد ایران پی گرفته شوند: ۱. طراحی مدل بر اساس آگزیوم‌های نزدیک‌تری به وضعیت اقتصاد ایران خصوصاً با درنظر گرفتن دارایی‌های جایگزین؛ ۲. استفاده از فرم‌های تصریح‌شده توابع مطلوبیت و تولید و قید بودجه دولت که با واقعیات اقتصاد ایران تطابق بیشتری داشته باشند؛ ۳. استفاده از پارامترهای دقیق‌تری برای شبیه‌سازی و کالیبراسیون مدل برای ایران.

فهرست منابع

۱. حسینی، سید عقیل (۱۳۹۲). تحلیل اثرات نرخ بهره پولی مثبت بر بهینگی و پایداری با تأکید بر مدل‌های پس‌انداز احتیاطی. پایان‌نامه دکتری علوم اقتصادی. دانشکده علوم اداری و اقتصاد، دانشگاه اصفهان.
۲. شاهمرادی، اصغر، و کاوند، حسین و ندری، کامران (۱۳۸۹). برآورد نرخ بهره تعادلی در اقتصاد ایران، *مجله تحقیقات اقتصادی*، (۱)، ۹۰-۴۱.
۳. عباسی‌نژاد، حسین، و شاهمرادی، اصغر و کاوند، حسین (۱۳۸۸). برآورد یک مدل ادوار تجاری برای اقتصاد ایران با استفاده از رهیافت کالمن و حداکثر راستنمایی. *مجله تحقیقات اقتصادی ایران*، (۴)، ۴۴-۱۸۵.
۴. دین‌محمدی، مصطفی (۱۳۸۷). ارائه الگویی برای تخصیص بهینه منابع گاز طبیعی ایران. پایان‌نامه دکتری علوم اقتصادی. دانشکده علوم اداری و اقتصاد، دانشگاه اصفهان.
۵. وبسایت بانک مرکزی ایران، آمار و داده‌ها (www.cbi.ir).
۱. Abbasinejad, H., Shahmoradi, A., & Kavand, H. (2009). Estimation of a real business cycle model for the iran's economy: Applying kalman filtering approach and maximum likelihood method. *Journal of Economic Research*, 44 (4), 185-214 (In Persian).
۲. Acemoglu, D., & Jensen, M. K. (2015). Robust comparative statics in large dynamic economies. *Journal of Political Economy*, 123(3), 587-640.
۳. Açıkgöz, Ö. T. (2018). On the existence and uniqueness of stationary equilibrium in Bewley economies with production. *Journal of Economic Theory*, ۱۷۳, ۱۸-۵۵.
۴. Aiyagari, S. R. (1994). Uninsured idiosyncratic risk and aggregate saving. *The Quarterly Journal of Economics*, 109(3), 659-684.
۵. Bailey, M. J. (1956). The welfare cost of inflationary finance. *Journal of political Economy*, 64(2), 93-110.
۶. Benhabib, J., Bisin, A., & Zhu, S. (2015). The wealth distribution in Bewley economies with capital income risk. *Journal of Economic Theory*, 159, 489-515.
۷. Bewley, T. (1980). The optimum quantity of money. *Models of monetary economies*, 169-210.
۸. Bewley, T. (1983). A difficulty with the optimum quantity of money. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1485-1504.
۹. Bewley, T. F. (2009). *General equilibrium, overlapping generations models, and optimal growth theory*. Harvard University Press.
۱۰. Central Bank of Iran (www.cbi.ir).
۱۱. Chamberlain, G., & Wilson, C. A. (2000). Optimal intertemporal consumption under uncertainty. *Review of Economic dynamics*, 3(3), 365-395.

۱۲. Debreu, G. (1959). *Theory of value: An axiomatic analysis of economic equilibrium*. Yale University Press.
۱۳. Dinmohammadi, M. (2008). Model for optimal allocation of natural gas resources of iran, ph.d dissertation. Administrative Sciences & Economics, *University of Isfahan* (In Persian).
۱۴. Friedman, M. (1957). The permanent income hypothesis. In *A theory of the consumption function* (pp. 20-37). Princeton University Press.
۱۵. Gong, G., & Semmler, W. (2004). Stochastic dynamic macroeconomics: Theory, numerics and empirical evidence. *Center for Empirical Macroeconomics, book manuscript, Bielefeld University*.
۱۶. Grandmont, J. M., & Laroque, G. (1973). Money in the pure consumption loan model. *Journal of Economic Theory*, 6(4), 382-395.
۱۷. Hoseiny, S. A. (2013). Analysis of the positive money interest rate effects on the optimality and sustainability (by an emphasis on the precautionary saving models). Ph.d Dissertation in Monetary Economics, Supervisors: Dr Rahim Dallali Esfahani- Dr Mohammad Vaez Barzani. Administrative Sciences & Economics, *University of Isfahan* (In Persian).
۱۸. Huggett, M. (1993). The risk-free rate in heterogeneous-agent incomplete-insurance economies. *Journal of economic Dynamics and Control*, 17(5-6), 953-969.
۱۹. İmrohoroglu, A. (1992). The welfare cost of inflation under imperfect insurance. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 16(1), 79-91.
۲۰. Kaplan, G., Moll, B., & Violante, G. L. (2018). Monetary policy according to HANK. *American Economic Review*, 108(3), 697-743.
۲۱. Kirkby, R. (2018). Bewley–Huggett–Aiyagari models: computation, simulation, and uniqueness of general equilibrium. *Macroeconomic Dynamics*, 1-40.
۲۲. Krusell, P., & Smith, Jr, A. A. (1998). Income and wealth heterogeneity in the macroeconomy. *Journal of political Economy*, 106(5), 867-896.
۲۳. Krusell, P., M., T., & Smith, A. A. (2011). Asset prices in a Huggett economy. *Journal of Economic Theory*, 146(3), 812.
۲۴. Lucas, Jr., R. E. & Prescott E. C., Stokey, N. (1989). *Recursive methods in economic dynamics*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
۲۵. Sargent, T. J. & Ljungqvist, L. (2013). *Recursive macroeconomic theory* (Third Ed.). MIT Press.
۲۶. Shahmoradi, A., Kavand, H. & Nadri, K. (2010). Estimation of equilibrium interest rate in iran economy. *Journal of Economic Research*, 90 (In Persian).